Fundamentos da Matemática

numeroimaginario.com.br

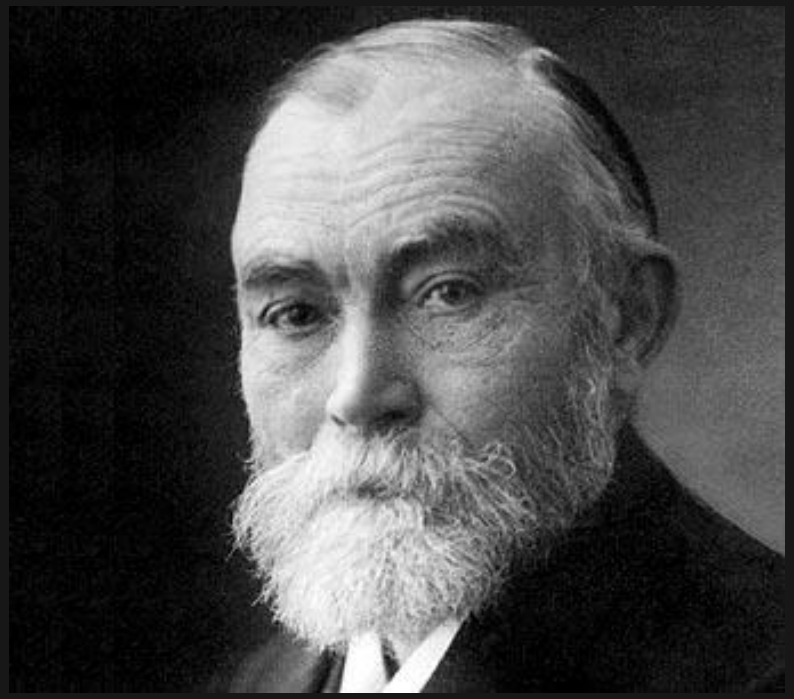
07 Frege – Parte 1

Número Imaginário

numeroimaginario
.com
.br

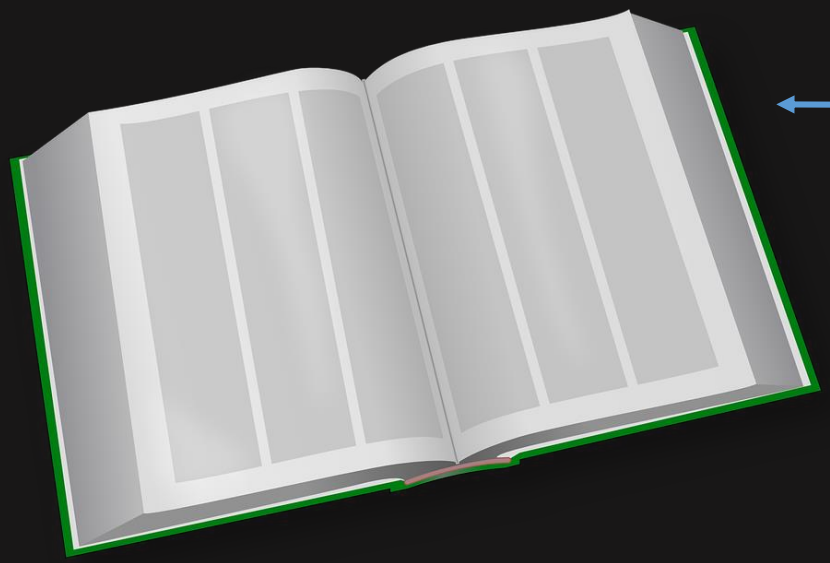
Introdução

- Sistema Formal
- Logicismo (1884):
  - A matemática é redutível à lógica
  - Toda a matemática pode ser derivada a partir de princípios básicos universais



Gottlob Frege (1848 – 1925)

O conceito de “Número”



Qual o número?

R.: 1 (livro), 128 (páginas), etc...

Qual o número *de páginas desse livro*?

R. 128.

Existem 128 objetos que caem sob o conceito “páginas do livro tal”.

O Conceito de “Número”

"$x \neq x$".

Não existem objetos que caem sob esse conceito.

"$= 0$".

Existe apenas 1 objeto que cai sob esse conceito.

"$(= 0) \vee (= 1)$"

Existem 2 objetos que caem sob esse conceito.

O Conceito de “Número”

"$x \neq x$".

Não existem objetos que caem sob esse conceito.

O número 0 (zero) será a extensão (lista dos objetos que caem sob) do conceito “ser equinumérico ao conceito $x \neq x$”.

O número 1 será a extensão do conceito “ser equinumérico ao conceito $= 0$”.

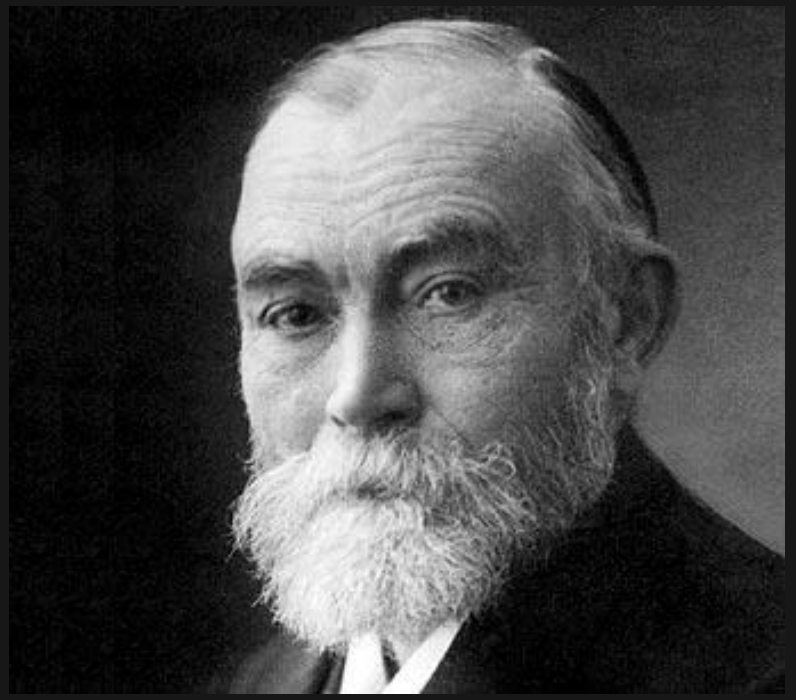
Conjuntos e Propriedades

1879: construção de um sistema formal para os fundamentos da matemática.

Ideias básicas: *conjunto* e *propriedade*.

Descrição de conjuntos:

1. Listando seus elementos;
2. Fornecendo uma propriedade que é condição necessária e suficiente para que um objeto pertença a esse conjunto.



Gottlob Frege (1848 – 1925)

Conjuntos e Propriedades

Um mesmo conjunto pode ser definido por meio de diferentes propriedades:

$P(x) = "x \text{ é ímpar, maior do que } 2 \text{ e menor do que } 8".$

$$A = \{3, 5, 7\}$$

$Q(x) = "x \text{ é um nº primo maior do que } 2 \text{ e menor do que } 10".$

$$B = \{3, 5, 7\}$$

Princípio da Extensão: Quaisquer dois conjuntos possuem a mesma extensão se eles compartilham todas as suas propriedades.

Princípio da Abstração: Toda propriedade determina um conjunto.

Sistema de Frege

- Um sistema de primeira ordem, com um símbolo primitivo $\in$ binário.
- Axioma da extensão
- Axioma da abstração.

Sugestão de leitura:

Cap. 1 do livro “Introdução aos fundamentos da matemática” – Newton da Costa.

Número
Imaginário
padrim.com.br/
numeroimaginario